**Hong Kong Mathematics Olympiad (2008 / 2009)**

**Final Event 1 (Individual)**

**香港数学竞赛 (2008 / 2009)**

**决赛项目 1 (个人)**

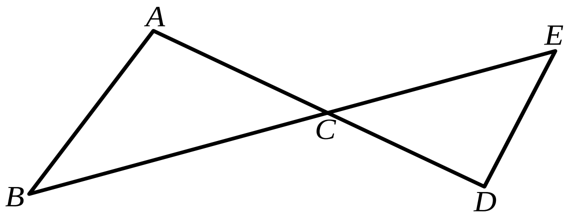
除非特别声明，答案须用数字表达，并化至最简。
Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

1. 设 $a$、$b$、$c$ 及 $d$ 为方程 $x^4-15x^2+56=0$ 相异的根。若 $R=a^2+b^2+c^2+d^2$，求 $R$ 的值。

Let $a$, $b$, $c$ and $d$ be the distinct roots of the equation $x^4-15x^2+56=0$. If $R=a^2+b^2+c^2+d^2$, find the value of $R$.

2. 如图一， $AD$ 及 $BE$ 为直线且 $AB=AC$ 及 $AB \mathbin{//} ED$。若 $\angle ABC=R°$ 及 $\angle ADE=S°$，求 $S$ 的值。

In Figure 1, $AD$ and $BE$ are straight lines with $AB=AC$ and $AB \mathbin{//} ED$. If $\angle ABC=R°$ and $\angle ADE=S°$, find the value of $S$.




**图一**

**Figure 1**

3. 设 $F=1+2+2^2+2^3+\cdots+2^s$ 及 $T=\sqrt{\dfrac{\log(1+F)}{\log 2}}$，求 $T$ 的值。

Let $F=1+2+2^2+2^3+\cdots+2^s$ and $T=\sqrt{\dfrac{\log(1+F)}{\log 2}}$. Find the value of $T$.

4. 设 $f(x)$ 是一个函数使得对所有整数 $n \geq 6$ 时， $f(n)=(n-1)f(n-1)$ 及 $f(n) \neq 0$。若 $U=\dfrac{f(T)}{(T-1)f(T-3)}$，求 $U$ 的值。

Let $f(x)$ be a function such that $f(n)=(n-1)f(n-1)$ and $f(n) \neq 0$ hold for all integers $n \geq 6$. If $U=\dfrac{f(T)}{(T-1)f(T-3)}$, find the value of $U$.

**Hong Kong Mathematics Olympiad (2008 / 2009)**

**Final Event 2 (Individual)**

**香港数学竞赛 (2008 / 2009)**

**决赛项目 2 (个人)**

除非特别声明，答案须用数字表达，并化至最简。
Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

1. 设 $[x]$ 是不超过 $x$ 的最大整数。若 $a=\left[\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{2009}\right]+16$，求 $a$ 的值。

Let $[x]$ be the largest integer not greater than $x$. If $a=\left[\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{2009}\right]+16$, find the value of $a$.

2. 在坐标平面上，若 $x$-轴、$y$-轴与直线 $3x+ay=12$ 所围成三角形的面积是 $b$ 平方单位，求 $b$ 的值。

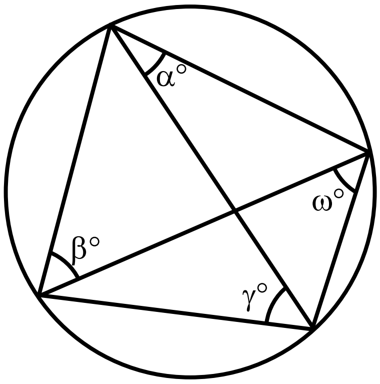
In the coordinate plane, if the area of the triangle formed by the $x$-axis, $y$-axis and the line $3x+ay=12$ is $b$ square units, find the value of $b$.

3. 已知 $x-\frac{1}{x}=2b$ 及 $x^3-\frac{1}{x^3}=c$，求 $c$ 的值。

Given that $x-\frac{1}{x}=2b$ and $x^3-\frac{1}{x^3}=c$, find the value of $c$.

4. 如图一， $\alpha = c$，$\beta = 43$， $\gamma = 59$ 及 $\omega = d$，求 $d$ 的值。

In Figure 1, $\alpha = c$, $\beta = 43$, $\gamma = 59$ and $\omega = d$, find the value of $d$.




**图一**

**Figure 1**

**Hong Kong Mathematics Olympiad (2008 / 2009)**

**Final Event 3 (Individual)**

**香港数学竞赛 (2008 / 2009)**

**决赛项目 3 (个人)**

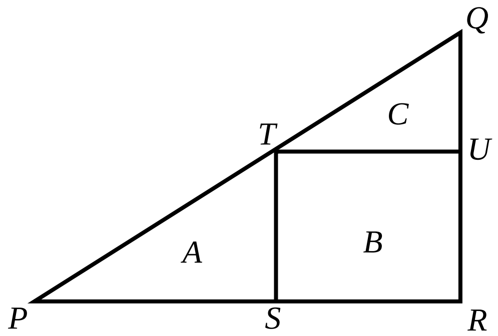
除非特别声明，答案须用数字表达，并化至最简。
Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

1. 已知 $\frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$，其中 $a$，$b$ 为正整数。 若 $m=a-b$，求 $m$ 的值。

Given that $\frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$, where $a$, $b$ are positive integers. If $m=a-b$, find the value of $m$.

2. 如图一， $PQR$ 为直角三角形及 $RSTU$ 为矩形。设 $A$ 、 $B$ 及 $C$ 是相对图形的面积。若 $A:B=m:2$ 及 $A:C=n:1$，求 $n$ 的值。

In Figure 1, $PQR$ is a right-angled triangle and $RSTU$ is a rectangle. Let $A$, $B$ and $C$ be the areas of the corresponding regions. If $A:B=m:2$ and $A:C=n:1$, find the value of $n$.




图一

**Figure 1**

3. 设 $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$ 、$x_4$ 为实数及 $x_1 \neq x_2$。若 $(x_1+x_3)(x_1+x_4)=(x_2+x_3)(x_2+x_4)=n-10$ 及 $p=(x_1+x_3)(x_2+x_3)+(x_1+x_4)(x_2+x_4)$，求 $p$ 的值。

Let $x_1$ , $x_2$ , $x_3$ , $x_4$ be real numbers and $x_1 \neq x_2$ . If $(x_1+x_3)(x_1+x_4)=(x_2+x_3)(x_2+x_4)=n-10$ and $p=(x_1+x_3)(x_2+x_3)+(x_1+x_4)(x_2+x_4)$ , find the value of $p$ .

4. 已知某校学生人数是 7 的倍数且不少于 1000 。若学生人数被 $p+1$、 $p+2$ 及 $p+3$ 除后的余数均是 1 。设学生人数的最小可能值为 $q$ ，求 $q$。

The total number of students in a school is a multiple of 7 and not less than 1000 . Given that the same remainder 1 will be obtained when the number of students is divided by $p+1$ , $p+2$ and $p+3$ . Let $q$ be the least of the possible numbers of students in the school, find $q$ .

**Hong Kong Mathematics Olympiad (2008 / 2009)**

**Final Event 4 (Individual)**

**香港数学竞赛 (2008 / 2009)**

**决赛项目 4 (个人)**

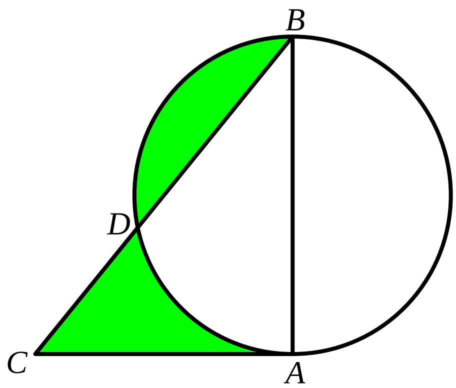
除非特别声明，答案须用数字表达，并化至最简。
Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

1. 已知 $x_0^2 + x_0 - 1 = 0$。若 $m = x_0^3 + 2x_0^2 + 2$，求 $m$ 的值。

Given that $x_0^2 + x_0 - 1 = 0$. If $m = x_0^3 + 2x_0^2 + 2$, find the value of $m$.

2. 如图一，$\Delta BAC$ 是一直角三角形，$AB = AC = m$ cm。已知直径为 $AB$ 的圆与 $BC$ 相交于 $D$ 且阴影部分的面积是 $n$ cm$^2$，求 $n$ 的值。

In Figure 1, $\Delta BAC$ is a right-angled triangle, $AB = AC = m$ cm. Suppose that the circle with diameter $AB$ intersects the line $BC$ at $D$, and the total area of the shaded region is $n$ cm$^2$. Find the value of $n$.




**图一**

**Figure 1**

3. 已知 $p=4n\left(\frac{1}{2^{2009}}\right)^{\log(1)}$，求 $p$ 的值。

Given that $p=4n\left(\frac{1}{2^{2009}}\right)^{\log(1)}$, find the value of $p$.

4. 设 $x$ 及 $y$ 为实数并满足方程 $\left(x-\sqrt{p}\right)^2+\left(y-\sqrt{p}\right)^2=1$。若 $k=\frac{y}{x-3}$ 及 $q$ 是 $k^2$ 的最小可能值，求 $q$。

Let $x$ and $y$ be real numbers satisfying the equation $\left(x-\sqrt{p}\right)^2+\left(y-\sqrt{p}\right)^2=1$. If $k=\frac{y}{x-3}$ and $q$ is the least of the possible values of $k^2$, find $q$.